

Hong Kong Mathematics Olympiad (2011 / 2012)

Heat Event (Individual)

香港数学竞赛 (2011 / 2012)

初赛项目(个人)

除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 求 $2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20122012^2$ 的个位数的值。

Find the value of the unit digit of $2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20122012^2$.

2. 已知 a 、 b 及 c 为正偶数，且满足方程 $a + b + c = 2012$ 。问该方程共有多少个解？

Given that a , b and c are positive even integers which satisfy the equation $a + b + c = 2012$. How many solutions does the equation have?

3. 如图一， $ABCD$ 为一个正方形。 B 和 D 的坐标分别为 $(5, -1)$ 及 $(-3, 3)$ 。若 $A(a, b)$ 位于第一象限内，求 $a + b$ 的值。

In Figure 1, $ABCD$ is a square. The coordinates of B and D are $(5, -1)$ and $(-3, 3)$ respectively. If $A(a, b)$ lies in the first quadrant, find the value of $a + b$.

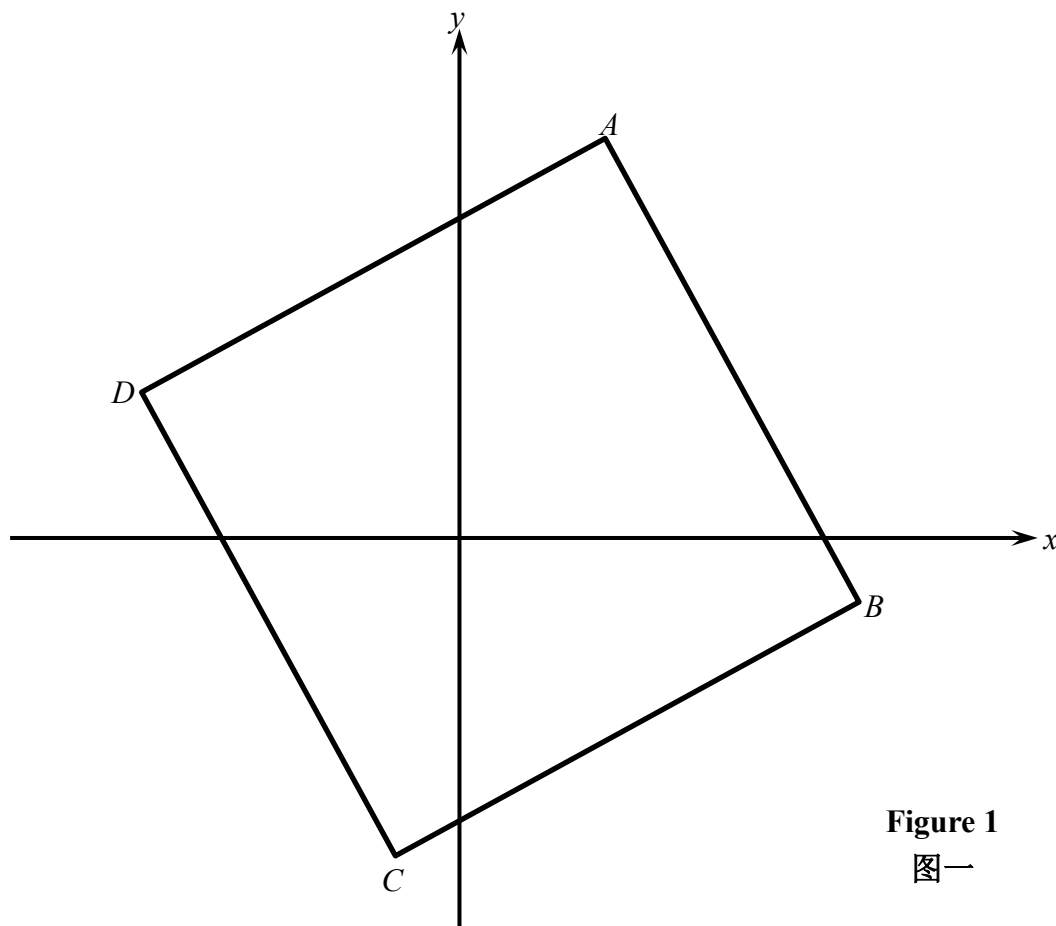


Figure 1

图一

4. $2^{20} \times 25^{12}$ 是一个多少个位的数?

Find the number of places of the number $2^{20} \times 25^{12}$.

5. 已知 $\log_4 N = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots$, 求 N 的值。

Given that $\log_4 N = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots$, find the value of N .

6. 已知 a 及 b 为不相同质数, 且 $a^2 - 19a + m = 0$ 及 $b^2 - 19b + m = 0$, 求 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值。

Given that a and b are distinct prime numbers, $a^2 - 19a + m = 0$ and $b^2 - 19b + m = 0$. Find the value of $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$.

7. 已知 a 、 b 、 c 是正数, 且 $a+b+c=9$ 。设 $a+b$ 、 $a+c$ 及 $b+c$ 当中的最大值为 P , 求 P 的最小值。

Given that a , b and c are positive numbers, and $a+b+c=9$. Suppose the maximum value among $a+b$, $a+c$ and $b+c$ is P , find the minimum value of P .

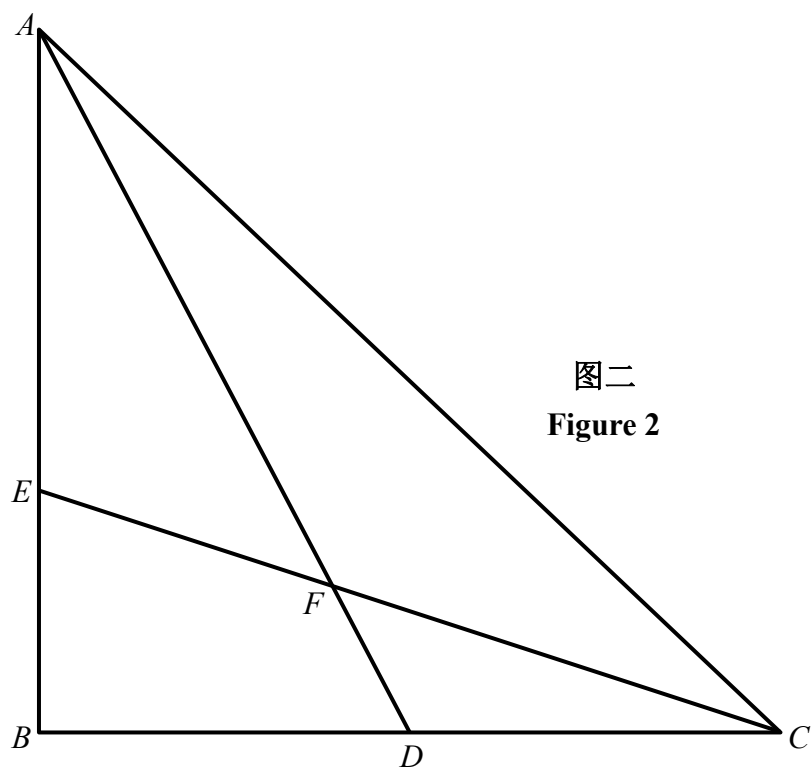
8. 若方程 $(k^2-4)x^2 - (14k+4)x + 48 = 0$ 有两个相异的正整数根, 求 k 的值。

If the quadratic equation $(k^2-4)x^2 - (14k+4)x + 48 = 0$ has two distinct positive integral roots, find the value(s) of k .

9. 已知 x 、 y 为正整数, 且 $x > y$, 解 $x^3 = 2189 + y^3$ 。

Given that x , y are positive integers and $x > y$, solve $x^3 = 2189 + y^3$.

10. 如图二， $AE = 14$, $EB = 7$, $AC = 29$ and $BD = DC = 10$ 。求 BF^2 。
- In Figure 2 , $AE = 14$, $EB = 7$, $AC = 29$ and $BD = DC = 10$. Find BF^2 .



END